

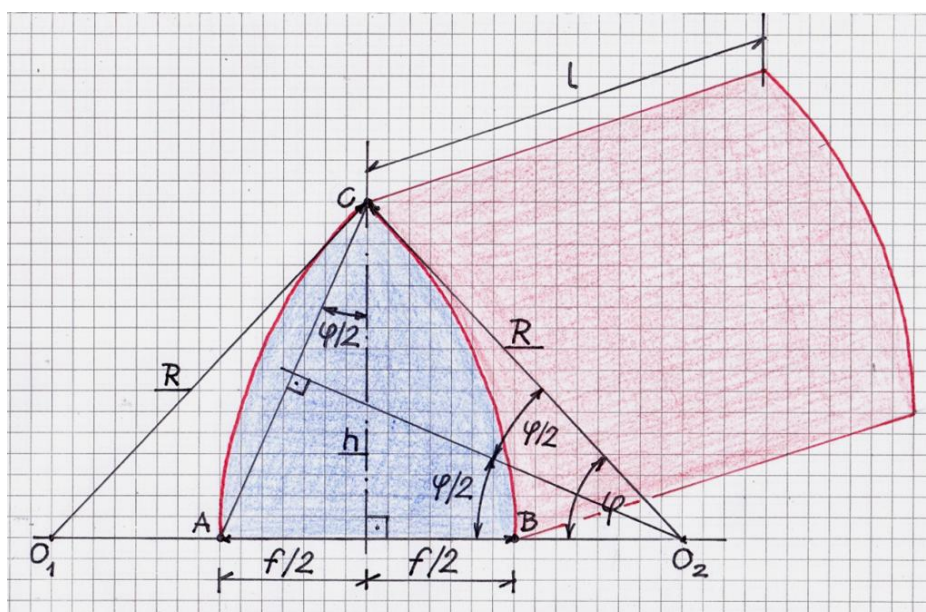
Íves nyeregtető főbb számítási képleteiről

Az interneten találtuk az 1. ábrát, mely egy *csúcsíves keresztmetszetű nyeregtetőt* mutat.



1. ábra – forrása: <http://www.projektoskop.pl/img-9168-dom-jednorodziny.html>

Erről jutottak eszünkbe az alábbiak – 2. ábra.



2. ábra

Határozzuk meg a 2. ábrán megadott tetővel kapcsolatos alábbi adatokat:

~ az oromfal T_{orom} területét;

~ a tetőtér V térfogatát;

~ a tető A felszínét!

A megoldás a 2. ábra alapján történik.

Az oromfal területének számítása

$$T_{orom} = 2 \cdot T_1 ; \quad (1)$$

$$T_1 = T_{k\ddot{o}rcikk} - T_{h\ddot{a}romsz\ddot{o}g} ; \quad (2)$$

$$\frac{T_{k\ddot{o}rcikk}}{T_{k\ddot{o}r}} = \frac{\varphi}{2 \cdot \pi} \rightarrow T_{k\ddot{o}rcikk} = R^2 \cdot \pi \cdot \frac{\varphi}{2 \cdot \pi} = \frac{R^2}{2} \cdot \varphi , \text{ tehát:}$$

$$T_{k\ddot{o}rcikk} = \frac{R^2}{2} \cdot \varphi . \quad (3)$$

$$T_{h\ddot{a}romsz\ddot{o}g} = \frac{R \cdot \cos \varphi \cdot R \cdot \sin \varphi}{2} = \frac{R^2}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi . \quad (4)$$

Most (2), (3), (4) - gyel:

$$T_1 = \frac{R^2}{2} \cdot \varphi - \frac{R^2}{2} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi = \frac{R^2}{2} \cdot (\varphi - \sin \varphi \cdot \cos \varphi) = \frac{R^2}{2} \cdot \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) , \quad (5)$$

majd (1) és (5) - tel:

$$\underline{T_{orom} = R^2 \cdot \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) .} \quad (6)$$

A tetőtér térfogatának számítása

$$V = T_{orom} \cdot l , \quad (7)$$

vagy (6) és (7) szerint:

$$\underline{V = R^2 \cdot l \cdot \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) .} \quad (8)$$

A tető felszínének számítása

$$A = 2 \cdot s \cdot l ; \quad (9)$$

a szarufaívek hossza:

$$s = R \cdot \varphi , \quad (10)$$

így (9) és (10) - zel:

$$\underline{A = 2 \cdot R \cdot \varphi \cdot l .} \quad (11)$$

A (6), (8), (11) részeredményekre nézve látható, hogy azok az (R , φ) paraméterek függvényei. Közbenső feladatunk ezek meghatározása. Ez azt jelenti, hogy a tető (f , h) keresztmetszeti méreteinek ismeretében ki kell számítanunk (R , φ) - t.

A 2. ábráról leolvashatóan:

$$\underline{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{f/2}{h} = \frac{f}{2 \cdot h} \rightarrow \varphi = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{f}{2 \cdot h} \right) .} \quad (12)$$

Továbbá:

$$h = R \cdot \sin \varphi \rightarrow \underline{R = \frac{h}{\sin \varphi} .} \quad (13)$$

Ezzel előállt az (R , φ) paraméter - pár, így a (6), (8) és (10) képletekkel már dolgozhatunk.

SZÁMPÉLDA

$$\text{Adott: } f = 7,00 \text{ m} ; h = 8,00 \text{ m} ; l = 9,00 \text{ m} . \quad (A)$$

Keresett: $\varphi , R ; T_{\text{orom}} , V , A$.

1. φ meghatározása:

(12) és (A) - val:

$$\underline{\varphi = 2 \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{7,00 \text{ m}}{2 \cdot 8,00 \text{ m}} \right) = 47,25875546^\circ = \underline{\underline{0,8248208832 \text{ rad} .}} \quad (a)$$

2. R meghatározása:

(13) és (A) - val:

$$\underline{R = \frac{8,00 \text{ m}}{\sin 47,25875546^\circ} = \underline{\underline{10,89285714 \text{ m} .}} \quad (b)$$

3. T_{orom} meghatározása:

(6), (a) és (b) - vel:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{T_{orom}}} &= (10,89285714 \text{ m})^2 \cdot \left(0,8248208832 - \frac{\sin(2 \cdot 0,8248208832)}{2} \right) = \\ &= \underline{\underline{38,72571766 \text{ m}^2}}. \end{aligned} \quad (c)$$

4. V meghatározása:

(7), (A), (c) - vel:

$$\underline{\underline{V}} = 38,72571766 \text{ m}^2 \cdot 9,00 \text{ m} = \underline{\underline{348,5314589 \text{ m}^3}}. \quad (d)$$

5. A meghatározása:

(11), (A), (a) és (b) - vel:

$$\underline{\underline{A}} = 2 \cdot 10,89285714 \text{ m} \cdot 0,8248208832 \cdot 9,00 \text{ m} = \underline{\underline{161,7238088 \text{ m}^2}}. \quad (e)$$

A kétszer aláhúzott elméleti végeredményeket kerekítve:

$$\varphi = 47,3^\circ; \quad (a1)$$

$$R = 10,893 \text{ m}; \quad (b1)$$

$$T_{orom} = 38,73 \text{ m}^2; \quad (c1)$$

$$V = 348,5 \text{ m}^3; \quad (d1)$$

$$A = 161,7 \text{ m}^2. \quad (e1)$$

Ezzel feladatunkat megoldottuk.

Megjegyezzük, hogy

~ az (a1) és (b1) eredmények jól egyeznek a 2. ábráról lemérhető adatokkal;

~ erősen ügyelni kell a φ szögérték számításánál, hogy RAD vagy DEG üzemmódban dolgozunk - e, számológépünkkel;

~ az (a), (b), (c), (d), (e) végeredményeket sok tizedes jegyre meghagytuk, hogy aki utána akar számolni, annak meglegyen a pontos összehasonlítási alap;

~ az 1. és a 2. ábra nem ugyanazt az „építményt” ábrázolják, amit a számításoknál figyelembe kell venni;

~ a fentiekhez hasonló számításokkal találkozhattunk már, pl. boltövek esetében.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
mérnök tanár

Sződliget, 2015. 08. 25.